

УДК 528.063

О МАЛОСТИ ОТКЛОНЕНИЙ КООРДИНАТ ПУНКТОВ ОТ ИХ ИСТИННЫХ ЗНАЧЕНИЙ  
В ОБОБЩЕННОМ ДВУХ- И ТРЁХКРИТЕРИАЛЬНОМ МЕТОДЕ УРАВНИВАНИЯ

А.Ю. БУДО

(Полоцкий государственный университет)

Рассматриваются два новых метода уравнивания зависимых величин многокритериальными способами: двухкритериальным и трёхкритериальным обобщённым методом. Целью расчётов является анализ расхождений координат между уравненным и истинным значением на примерах угловых и линейно-угловых построений на плоскости. Уклонения от истинных значений анализируются так же, как и в обобщённом многокритериальном методе (МК) для обобщённого метода наименьших квадратов (МНК). В обоих случаях применяются зависимые величины, характеризующиеся корреляционной матрицей измерений, которая выбрана таким путём, что при уравнивании по углам получается уравнивание по направлениям. Результаты вычислений показали высокую эффективность МК по сравнению с МНК. По ним видно, что максимальная ошибка положения пункта в слабом месте сети в 1,5 раза меньше в МК, чем в МНК. Уклонения от истины в плановом положении в обоих способах уравнивания разделяются на 50 % (5 вариантов из 10-ти). Указанные характеристики остаются неизменными и в трёхкритериальном методе уравнивания.

**Введение.** Вопросы многокритериального уравнивания плановых геодезических сетей методом Ньютона были рассмотрены в статье [1]. Линеаризованный вариант параметрического многокритериального способа (МК) изложен в статье [2]. Цель настоящей работы применить линеаризованный метод для целевых функций [3]:

$$\Phi_1(X) = \left( |L(X)|^2 \right)^T \cdot K_n^{-1} \cdot |L(X)|^2; \quad (1)$$

$$\Phi_2(X, n) = \min \max M; \quad (2)$$

$$\Phi_3(X, n) = \min \max 1 + \mu M, \quad (3)$$

где  $n$  – показатель степени, определяемый под условиями (2) для каждого измерения;  $M$  – ошибка положения определяемого пункта;  $K_n = P_n^{-1} R P_n^{-1}$  ( $R$  – корреляционная матрица, содержащая на диагонали единицы, а внедиагональные числа равны коэффициентам корреляции);  $\mu$  – средняя квадратическая погрешность единицы веса.

**Уравнивание обобщенным двух- и трёхкритериальным методом.** Минимизация функции (1) осуществляется под условием минимума функции (2). Выполняется это следующим путём:

- 1) вычисляется  $M_i$  при  $n = 2, 0$ ;
- 2) изменяется степень  $n$  для одного из  $N$  измерений с шагом  $n_{j+1} = n_j \pm 0,1$  и вычисляется два вектора  $M_i (i = 1, k)$ , где  $k$  – число определяемых пунктов;
- 3) запоминается то значение степени  $n_{j+1}$ , для которого выполняется функция (2);
- 4) за одно приближение вычисляются поправки в степень  $n$  для  $N$  измерений, количество итераций не более 20.

Для  $k$ -го пункта имеем ошибку положения

$$M_k = \mu \sqrt{Q_{k,k} + Q_{k+1,k+1}},$$

где

$$\mu_{MK} = \sqrt{\frac{V_{MK}^T K_n^{-1} V_{MK}}{r}}, \quad (4)$$

в которой  $r$  – количество избыточных измерений

$$V_{MK} = T_{MK}^{уров} - T^{изм}.$$

Обратная матрица весов вычисляется по формуле:

$$Q = F K_n F^T, \quad (5)$$

в которой

$$F = H^{-1} A^T \text{diag} \left( \frac{2}{n_i^2} \right) C_2 ; \quad (6)$$

$$H = Z + A^T C_2 A ; \quad (7)$$

$$Z_{i,j} = \sum_{k=1}^N \sum_{r=1}^N a_{ki} a_{kj} \cdot C_{1 \ k,r} , \quad (8)$$

$$\nabla \Phi = G = A^T C_3 l , \quad (9)$$

$$l = 1, 1, \dots, 1^T , \quad (10)$$

где  $A_{N \times l}$  – матрица коэффициентов параметрических уравнений поправок с элементами  $a_{ij}$ ;

$$C_1 = K_n^{-1} \cdot \text{diag} \left( \frac{n_i |n_i - 2|}{2} \right) \cdot \left\{ |L_i(X)|^{\frac{n_i-4}{2}} \cdot \left[ |L_k(X)|^{\frac{n_k}{2}} \right]^T \right\} ; \quad (11)$$

$$C_2 = K_n^{-1} \cdot \text{diag} (S_i \cdot n_i) \cdot \left\{ |L_i(X)|^{\frac{n_i-2}{2}} \cdot \left[ \text{diag} \left( S_k \cdot \frac{n_k}{2} \right) \cdot |L_k(X)|^{\frac{n_k-2}{2}} \right]^T \right\} ; \quad (12)$$

$$C_3 = K_n^{-1} \cdot \text{diag} (S_i \cdot n_i) \cdot \left\{ |L_i(X)|^{\frac{n_i-2}{2}} \cdot \left[ |L_k(X)|^{\frac{n_k}{2}} \right]^T \right\} . \quad (13)$$

В таблицах 1 – 4 указывается

$$\mu_{МНК} = \sqrt{\frac{V_{МНК}^T K_2^{-1} V_{МНК}}{r}} , \quad (14)$$

при этом для МНК имеем

$$Q = (A^T K_2^{-1} A)^{-1} . \quad (15)$$

**Числовые примеры.** В качестве примера воспользуемся 6 тестовыми сетями, при уравнивании которых достоверно установлено, что линейризованное многокритериальное уравнивание до 250 раз требует меньше машинного времени по сравнению с нелинейным и для пяти определяемых пунктов полигонометрии занимает до 150 с машинного времени на Pentium III.

В каждой таблице приведены:

$M_{МНК}$  – ошибка положения пункта для метода наименьших квадратов;

$M_{МК}$  – ошибка положения пункта для метода многокритериального;

$\delta S_{МНК}$  – сдвиг точки в МНК из-за введения поправок в измерения в моделируемой сети;

$\delta S_{МК}$  – сдвиг точки в МК, характеризующий уклонения от истинных координат пункта.

Величины  $\delta S$  получаются по координатам пунктов, заданных в исходной информации, и координатам, найденным в процессе уравнивания сгенерированными поправками в измерения  $T^{изм} = T^{ист} + \Delta T$  с применением формул:

- по МНК

$$X_{МНК}^{(j+1)} = X_{МНК}^{(j)} - (A^T K_2^{-1} A)^{-1} A^T K_2^{-1} L_{МНК} , \quad (16)$$

где  $L_{МНК} = T_{МНК}^{выч} - T^{изм}$ ;

- по МК

$$X_{МК}^{(j+1)} = X_{МК}^{(j)} - (A^T K_n^{-1} A)^{-1} A^T K_n^{-1} L_{МК} . \quad (17)$$

**Сведения о тестовых примерах:**

пример 1. Сеть триангуляции из книги [4, с. 93];

пример 2. Сеть триангуляции из книги [4, с. 129];

пример 3. Сеть триангуляции из книги [4, с. 153];

пример 4. Линейно-угловая триангуляция из книги [4, с. 217];

пример 5. Звено триангуляции из книги [5, с. 145];

пример 6. Звено триангуляции из книги [5, с. 160].

Таблица 1

Результаты тестирования независимых измерений  
(двухкритериальное уравнивание)

Вариант	Метод	$\mu_j$	M(max)	dS(max)	Вариант	Метод	$\mu_j$	M(max)	dS(max)
b1.nek	$\Phi_2 = \min \max (M)$				Программы uklono00 и uklonmmmm				
1	МНК	0,991	0,0530	0,0720	6	МНК	0,985	0,0527	0,0418
	МК	1,202	0,0516	0,0849		МК	0,990	0,4780	0,0440
	МНК/МК		1,0	0,8		МНК/МК		0,1	1,0
2	МНК	0,974	0,0521	0,1528	7	МНК	1,668	0,0892	0,0470
	МК	1,070	0,0423	0,1556		МК	1,782	0,0635	0,0529
	МНК /МК		1,2	1,0		МНК/МК		1,4	0,9
3	МНК	0,901	0,0482	0,0551	8	МНК	1,032	0,0552	0,0720
	МК	0,884	0,0476	0,0521		МК	1,085	0,0469	0,0740
	МНК /МК		1,0	1,1		МНК/МК		1,2	1,0
4	МНК	1,458	0,0780	0,0527	9	МНК	1,828	0,0978	0,0753
	МК	1,554	0,0686	0,0501		МК	2,012	0,0847	0,0887
	МНК/МК		1,1	1,1		МНК/МК		1,2	0,8
5	МНК	2,100	0,1123	0,0875	10	МНК	0,830	0,0444	0,0481
	МК	2,027	0,0872	0,1328		МК	0,910	0,0431	0,0557
	МНК/МК		1,3	0,7		МНК /МК		1,0	0,9
b2.nek									
1	МНК	1,341	0,0626	0,0337	6	МНК	1,392	0,0649	0,0521
	МК	1,337	0,0623	0,0344		МК	1,378	0,0641	0,0529
	МНК /МК		1,0	1,0		МНК/МК		1,0	1,0
2	МНК	1,650	0,0769	0,0428	7	МНК	1,452	0,0677	0,0826
	МК	1,639	0,0764	0,0391		МК	1,392	0,0639	0,0878
	МНК /МК		1,0	1,1		МНК/МК		1,1	0,9
3	МНК	1,147	0,0535	0,0609	8	МНК	1,240	0,0579	0,0874
	МК	1,137	0,0518	0,0556		МК	1,228	0,0568	0,0860
	МНК/МК		1,0	1,1		МНК /МК		1,0	1,0
4	МНК	1,569	0,0732	0,0520	9	МНК	1,882	0,0878	0,0915
	МК	1,562	0,0724	0,0530		МК	1,859	0,0864	0,0950
	МНК/МК		1,0	1,0		МНК /МК		1,0	1,0
5	МНК	1,525	0,0711	0,0510	10	МНК	1,307	0,0610	0,0439
	МК	1,506	0,0701	0,0463		МК	1,300	0,0607	0,0493
	МНК/МК		1,0	1,1		МНК /МК		1,0	0,9
b3.nek									
1	МНК	1,215	0,0520	0,0373	6	МНК	1,300	0,0556	0,0385
	МК	1,205	0,0493	0,0389		МК	1,290	0,0511	0,0378
	МНК/МК		1,1	1,0		МНК /МК		1,1	1,0
2	МНК	1,869	0,0800	0,0710	7	МНК	1,511	0,0646	0,0721
	МК	1,887	0,0790	0,0667		МК	1,500	0,0538	0,0787
	МНК /МК		1,0	1,1		МНК /МК		1,2	0,9
3	МНК	1,173	0,0502	0,0549	8	МНК	1,029	0,0440	0,0848
	МК	1,144	0,0491	0,0619		МК	1,025	0,0415	0,0813
	МНК /МК		1,0	0,9		МНК /МК		1,1	1,0
4	МНК	1,471	0,0629	0,0986	9	МНК	1,667	0,0713	0,0581
	МК	1,447	0,0598	0,1111		МК	1,644	0,0697	0,0711
	МНК /МК		1,1	0,9		МНК/МК		1,0	0,8
5	МНК	1,740	0,0744	0,0661	10	МНК	0,964	0,0413	0,0562
	МК	1,735	0,0743	0,0674		МК	0,965	0,0392	0,0494
	МНК/МК		1,0	1,0		МНК/МК		1,1	1,1

Окончание таблицы 1

Результаты тестирования независимых измерений

Вариант	Метод	$\mu_j$	M(max)	dS(max)	Вариант	Метод	$\mu_j$	M(max)	dS(max)
b6.nek	$\Phi_2 = \min \max (M)$			Программы uklooooo и uklooooo					
1	МНК	1,198	0,0156	0,0167	6	МНК	0,848	0,0110	0,0120
	МК	0,698	0,0097	0,0292		МК	0,918	0,0096	0,0125
	МНК/МК		1,6	0,6		МНК/МК		1,1	1,0
2	МНК	1,130	0,0147	0,0241	7	МНК	1,556	0,0203	0,0075
	МК	1,101	0,0130	0,0258		МК	1,414	0,0167	0,0172
	МНК/МК		1,1	0,9		МНК/МК		1,2	0,4
3	МНК	1,143	0,0149	0,0081	8	МНК	0,953	0,0124	0,0099
	МК	1,111	0,0120	0,0079		МК	1,006	0,0105	0,0117
	МНК/МК		1,2	1,0		МНК/МК		1,2	0,8
4	МНК	1,424	0,0185	0,0177	9	МНК	1,492	0,0194	0,0094
	МК	1,234	0,0145	0,0223		МК	1,303	0,0165	0,0097
	МНК/МК		1,3	0,8		МНК/МК		1,2	1,0
5	МНК	1,264	0,0165	0,0149	10	МНК	1,398	0,0182	0,0070
	МК	1,316	0,0141	0,0137		МК	1,419	0,0127	0,0069
	МНК/МК		1,2	1,1		МНК/МК		1,4	1,0
b7.nek									
1	МНК	1,298	0,2140	0,2693	6	МНК	1,307	0,2156	0,1561
	МК	1,298	0,2140	0,2692		МК	1,307	0,2156	0,1571
	МНК/МК		1,0	1,0		МНК/МК		1,0	1,0
2	МНК	1,612	0,2659	0,2460	7	МНК	1,587	0,2618	0,3009
	МК	1,612	0,2659	0,2464		МК	1,588	0,2618	0,2778
	МНК/МК		1,0	1,0		МНК/МК		1,0	1,1
3	МНК	1,187	0,1959	0,1561	8	МНК	1,453	0,2397	0,1021
	МК	0,187	0,1959	0,1538		МК*	1,453	0,2397	0,1012
	МНК/МК		1,0	1,0		МНК/МК		1,0	1,0
4	МНК	1,301	0,2146	0,3355	9	МНК	1,543	0,2545	0,3353
	МК	1,301	0,2146	0,3363		МК	1,542	0,2544	0,3369
	МНК/МК		1,0	1,0		МНК/МК		1,0	1,0
5	МНК	1,736	0,2863	0,3230	10	МНК	1,168	0,1927	0,3009
	МК	1,736	0,2863	0,3232		МК	1,168	0,1927	0,3007
	МНК/МК		1,0	1,0		МНК/МК		1,0	1,0
b8.nek									
1	МНК	1,753	0,1819	0,0756	6	МНК	0,818	0,0849	0,1631
	МК	1,679	0,1723	0,0774		МК	0,635	0,7150	0,1627
	МНК/МК		1,1	1,0		МНК/МК		0,1	1,0
2	МНК	1,805	0,1873	0,3668	7	МНК	1,785	0,1852	0,1628
	МК*	1,697	0,1733	0,3651		МК	1,720	0,1811	0,1525
	МНК/МК		1,1	1,0		МНК/МК		1,0	1,1
3	МНК	0,977	0,1014	0,0574	8	МНК	1,207	0,1253	0,1511
	МК	0,901	0,0909	0,0699		МК	1,173	0,1227	0,1609
	МНК /МК		1,1	0,8		МНК/МК		1,0	0,9
4	МНК	1,208	0,1253	0,2112	9	МНК	1,409	0,1463	0,2820
	МК	1,123	0,1118	0,2077		МК	1,363	0,1395	0,3047
	МНК /МК		1,1	1,0		МНК/МК		1,0	0,9
5	МНК	2,148	0,2229	0,1250	10	МНК	1,041	1,1080	0,0924
	МК	2,158	0,2191	0,1278		МК	0,893	0,8870	0,0869
	МНК/МК		1,0	1,0		МНК/МК		1,2	1,1

Таблица 2

Результаты тестирования зависимых измерений  
(двухкритериальное уравнивание)

Вариант	Метод	$\mu_j$	M(max)	dS(max)	Вариант	Метод	$\mu_j$	M(max)	dS(max)
b1.kor	$\Phi_2 = \min \max (M)$				Программы uklonoоо и uklonmmmm				
1	МНК	2,371	0,0721	0,0379	6	МНК	1,927	0,0415	0,0419
	МК	2,618	0,0697	0,0386		МК	2,045	0,0225	0,0461
	МНК/МК		1,0	1,0		МНК/МК		1,8	0,9
2	МНК	1,755	0,0316	0,1161	7	МНК	1,388	0,0241	0,0734
	МК	1,577	0,0197	0,1481		МК	1,266	0,0169	0,0639
	МНК/МК		1,6	0,8		МНК/МК		1,4	1,1
3	МНК	1,508	0,0498	0,0740	8	МНК	1,868	0,0461	0,0778
	МК	1,578	0,0289	0,0520		МК	1,950	0,0196	0,0582
	МНК/МК		1,7	1,4		МНК/МК		2,4	1,3
4	МНК	2,573	0,0647	0,0524	9	МНК	3,250	0,0828	0,0346
	МК	3,681	0,0429	0,0340		МК	3,864	0,0623	0,1483
	МНК/МК		1,5	1,5		МНК/МК		1,3	0,2
5	МНК	4,072	0,0690	0,1451	10	МНК	1,515	0,0284	0,0773
	МК	4,309	0,0547	0,2207		МК	1,499	0,0094	0,0458
	МНК/МК		1,3	0,7		МНК/МК		3,0	1,7
b2.kor									
1	МНК	2,557	0,0470	0,0287	6	МНК	2,179	0,0430	0,0770
	МК	3,144	0,0225	0,0647		МК	2,321	0,0354	0,0823
	МНК/МК		2,1	0,4		МНК/МК		1,2	0,9
2	МНК	3,365	0,0510	0,0394	7	МНК	2,859	0,0793	0,0762
	МК	3,495	0,0313	0,0540		МК	2,913	0,0710	0,0663
	МНК/МК		1,6	0,7		МНК/МК		1,1	1,1
3	МНК	1,932	0,0493	0,0972	8	МНК	2,234	0,0463	0,0974
	МК	2,670	0,0296	0,1193		МК	3,534	0,0333	0,1725
	МНК/МК		1,7	0,8		МНК/МК		1,4	0,6
4	МНК	2,740	0,0647	0,0541	9	МНК	3,659	0,0722	0,1011
	МК	4,365	0,0558	0,0962		МК	3,919	0,0391	0,0719
	МНК/МК		1,2	0,6		МНК/МК		1,8	1,4
5	МНК	2,443	0,0496	0,0937	10	МНК	2,684	0,0470	0,0401
	МК	2,314	0,0401	0,0848		МК	2,356	0,0323	0,0420
	МНК/МК		1,2	1,1		МНК/МК		1,5	1,0
b3.kor									
1	МНК	2,018	0,0344	0,0394	6	МНК	3,151	0,0488	0,0489
	МК	2,504	0,0204	0,0772		МК	3,214	0,0391	0,0579
	МНК/МК		1,7	0,5		МНК/МК		1,2	0,8
2	МНК	3,725	0,0553	0,0513	7	МНК	3,117	0,0509	0,0655
	МК	3,491	0,0150	0,0496		МК	2,682	0,0379	0,0724
	МНК/МК		3,7	1,0		МНК/МК		1,3	0,9
3	МНК	1,656	0,0337	0,0654	8	МНК	1,627	0,0250	0,0995
	МК	1,787	0,0167	0,0403		МК	2,052	0,0227	0,0709
	МНК/МК		2,0	1,6		МНК/МК		1,1	1,4
4	МНК	2,578	0,0236	0,1634	9	МНК	3,298	0,0610	0,0711
	МК	2,573	0,0192	0,1911		МК	3,246	0,0338	0,0828
	МНК/МК		1,2	0,9		МНК/МК		1,8	0,9
5	МНК	3,204	0,0663	0,0980	10	МНК	1,893	0,0341	0,0675
	МК	3,039	0,0350	0,0841		МК	1,727	0,0294	0,0690
	МНК/МК		1,9	1,2		МНК/МК		1,2	1,0

Окончание таблицы 2

Результаты тестирования зависимых измерений

Вариант	Метод	μ <sub>j</sub>	M(max)	dS(max)	Вариант	Метод	μ <sub>j</sub>	M(max)	dS(max)
b6.kor	Φ <sub>2</sub> = min max (M)				Программы uklono000 и uklonmmmm				
1	МНК	1,520	0,0075	0,0126	6	МНК	1,303	0,0077	0,0149
	МК	1,858	0,0057	0,0164		МК	1,670	0,0036	0,0128
	МНК/МК		1,3	0,8		МНК/МК		2,1	1,2
2	МНК	1,884	0,0145	0,0214	7	МНК	2,436	0,0124	0,0082
	МК	2,675	0,0035	0,0214		МК	4,261	0,0091	0,0087
	МНК/МК		4,1	1,0		МНК/МК		1,4	0,9
3	МНК	1,835	0,0102	0,0048	8	МНК	1,520	0,0092	0,0154
	МК	2,292	0,0021	0,0042		МК	1,656	0,0046	0,0126
	МНК/МК		4,9	1,1		МНК/МК		2,0	1,2
4	МНК	2,240	0,0121	0,0148	9	МНК	2,316	0,0117	0,0090
	МК	2,498	0,0053	0,0139		МК	2,765	0,0042	0,0081
	МНК/МК		2,3	1,1		МНК/МК		2,8	1,1
5	МНК	2,081	0,0144	0,0149	10	МНК	2,153	0,0146	0,0102
	МК	2,980	0,0073	0,0145		МК	2,462	0,0061	0,0139
	МНК/МК		2,0	1,0		МНК/МК		2,4	0,7
b7.kor									
1	МНК	2,147	0,2022	0,1842	6	МНК	2,944	0,2361	0,4078
	МК	3,006	0,1569	0,3394		МК	3,921	0,2052	0,4819
	МНК/МК		1,3	0,5		МНК/МК		1,2	0,8
2	МНК	3,192	0,3213	0,4430	7	МНК	1,638	0,1187	0,1964
	МК	3,518	0,1989	0,6446		МК	1,833	0,0616	0,2101
	МНК/МК		1,6	0,7		МНК/МК		1,9	0,9
3	МНК	2,542	0,1746	0,2002	8	МНК	2,395	0,1720	0,2861
	МК	2,344	0,1281	0,1808		МК	2,607	0,1167	0,3199
	МНК/МК		1,4	1,1		МНК/МК		1,5	0,9
4	МНК	2,754	0,1381	0,4140	9	МНК	2,750	0,2219	0,3411
	МК	2,696	0,1148	0,4583		МК	2,246	0,1706	0,1538
	МНК/МК		1,2	0,9		МНК/МК		1,3	2,2
5	МНК	2,000	0,2270	0,3223	10	МНК	3,158	0,2219	0,3335
	МК	2,118	0,1341	0,2384		МК	2,973	0,1870	0,2727
	МНК/МК		1,7	1,4		МНК/МК		1,2	1,2
b8.kor									
1	МНК	2,800	0,1027	0,0807	6	МНК	1,756	0,0647	0,1897
	МК	2,624	0,0758	0,0844		МК	1,536	0,0303	0,2068
	МНК/МК		1,4	1,0		МНК/МК		2,1	0,9
2	МНК	2,700	0,1554	0,2930	7	МНК	1,566	0,0528	0,0954
	МК	2,348	0,1029	0,3232		МК	1,484	0,0277	0,0737
	МНК/МК		1,5	0,9		МНК/МК		1,9	1,3
3	МНК	1,512	0,0836	0,0735	8	МНК	2,000	0,0861	0,1021
	МК	1,592	0,0623	0,1154		МК	1,762	0,0628	0,1133
	МНК/МК		1,3	0,6		МНК/МК		1,4	0,9
4	МНК	1,553	0,0591	0,1900	9	МНК	2,479	0,1371	0,2562
	МК	1,398	0,0482	0,2210		МК	2,122	0,1035	0,2296
	МНК/МК		1,2	0,9		МНК/МК		1,3	1,1
5	МНК	3,621	0,2043	0,0593	10	МНК	1,552	0,0928	0,1299
	МК	3,518	0,1818	0,1086		МК	1,310	0,0733	0,0584
	МНК/МК		1,1	0,5		МНК/МК		1,3	2,2

Таблица 3

Результаты тестирования независимых измерений  
(трёхкритериальное уравнивание)

Вариант	Метод	μ <sub>j</sub>	M(max)	dS(max)	Вариант	Метод	μ <sub>j</sub>	M(max)	dS(max)
b1.nek		Φ <sub>2</sub> = min max (1+μ)M			Программы uklonoоо и uklontri				
1	МНК	0,991	0,0530	0,0720	6	МНК	0,985	0,0527	0,0418
	МК	0,906	0,0459	0,0824		МК	0,933	0,0493	0,0438
	МНК/МК		1,2	0,9		МНК/МК		1,1	1,0
2	МНК	0,974	0,0521	0,1528	7	МНК	1,668	0,0892	0,0470
	МК	0,945	0,0460	0,1528		МК	1,597	0,0759	0,0562
	МНК/МК		1,1	1,0		МНК/МК		1,2	0,8
3	МНК	0,901	0,0482	0,0551	8	МНК	1,032	0,0552	0,0720
	МК	0,844	0,0463	0,0519		МК	1,036	0,0476	0,0717
	МНК/МК		1,0	1,1		МНК/МК		1,2	1,0
4	МНК	1,458	0,0780	0,0527	9	МНК	1,828	0,0978	0,0753
	МК	1,410	0,0730	0,0497		МК	1,880	0,0777	0,0908
	МНК/МК		1,1	1,1		МНК/МК		1,3	0,8
5	МНК	2,100	0,1123	0,0875	10	МНК	0,830	0,0444	0,0481
	МК	1,933	0,0883	0,1397		МК	0,794	0,0410	0,0443
	МНК/МК		1,3	0,6		МНК/МК		1,1	1,1
b2.nek									
1	МНК	1,341	0,0626	0,0337	6	МНК	1,392	0,0649	0,0521
	МК	1,328	0,0622	0,0336		МК	1,370	0,0641	0,0535
	МНК/МК		1,0	1,0		МНК/МК		1,0	1,0
2	МНК	1,650	0,0769	0,0428	7	МНК	1,452	0,0677	0,0826
	МК	1,630	0,0757	0,0361		МК	1,427	0,0666	0,1000
	МНК/МК		1,0	1,2		МНК/МК		1,0	0,8
3	МНК	1,147	0,0535	0,0609	8	МНК	1,240	0,0579	0,0874
	МК	1,116	0,0506	0,0573		МК	1,224	0,0568	0,0847
	МНК/МК		1,1	1,1		МНК/МК		1,0	1,0
4	МНК	1,569	0,0732	0,0520	9	МНК	1,882	0,0878	0,0915
	МК	1,552	0,0717	0,0528		МК	1,848	0,0862	0,0979
	МНК/МК		1,0	1,0		МНК/МК		1,0	0,9
5	МНК	1,525	0,0711	0,0510	10	МНК	1,307	0,0610	0,0439
	МК	1,478	0,0690	0,0504		МК	1,282	0,0590	0,0477
	МНК/МК		1,0	1,0		МНК/МК		1,0	0,9
b3.nek									
1	МНК	1,215	0,0520	0,0373	6	МНК	1,300	0,0556	0,0385
	МК	1,202	0,0513	0,0372		МК	1,268	0,0533	0,0372
	МНК/МК		1,0	1,0		МНК/МК		1,0	1,0
2	МНК	1,869	0,0800	0,0710	7	МНК	1,511	0,0646	0,0721
	МК	1,856	0,0795	0,0700		МК	1,465	0,0608	0,0764
	МНК /МК		1,0	1,0		МНК/МК		1,1	0,9
3	МНК	1,173	0,0502	0,0549	8	МНК	1,029	0,0440	0,0848
	МК	1,144	0,0491	0,0619		МК	1,024	0,0415	0,0811
	МНК /МК		1,0	0,9		МНК/МК		1,1	1,0
4	МНК	1,471	0,0629	0,0986	9	МНК	1,667	0,0713	0,0581
	МК	1,435	0,0593	0,1135		МК	1,640	0,0697	0,0729
	МНК /МК		1,1	0,9		МНК/МК		1,0	0,8
5	МНК	1,740	0,0744	0,0661	10	МНК	0,964	0,0413	0,0562
	МК	1,689	0,0722	0,0632		МК	0,941	0,0404	0,0502
	МНК/МК		1,0	1,0		МНК/МК		1,0	1,1

Окончание таблицы 3

## Результаты тестирования независимых измерений

Вариант	Метод	μ <sub>j</sub>	M(max)	dS(max)	Вариант	Метод	μ <sub>j</sub>	M(max)	dS(max)
b6.nek	Φ <sub>2</sub> = min max (1+μ)M				Программы uklonoоо и uklontri				
1	МНК	1,198	0,0156	0,0167	6	МНК	0,848	0,0110	0,0120
	МК	0,657	0,0094	0,0294		МК	0,878	0,0097	0,0124
	МНК/МК		1,7	0,6		МНК/МК		1,1	1,0
2	МНК	1,130	0,0147	0,0241	7	МНК	1,556	0,0203	0,0075
	МК	0,927	0,0135	0,0254		МК	1,227	0,0167	0,0186
	МНК/МК		1,1	0,9		МНК/МК		1,2	0,4
3	МНК	1,143	0,0149	0,0081	8	МНК	0,953	0,0124	0,0099
	МК	1,090	0,0120	0,0081		МК	0,940	0,0107	0,0108
	МНК/МК		1,2	1,0		МНК/МК		1,2	0,9
4	МНК	1,424	0,0185	0,0177	9	МНК	1,492	0,0194	0,0094
	МК	1,162	0,0147	0,0235		МК	1,168	0,0143	0,0123
	МНК/МК		1,3	0,8		МНК/МК		1,4	0,8
5	МНК	1,264	0,0165	0,0149	10	МНК	1,398	0,0182	0,0070
	МК	1,224	0,0142	0,0147		МК	1,299	0,0128	0,0076
	МНК/МК		1,2	1,0		МНК/МК		1,4	0,9
b7.nek									
1	МНК	1,298	0,2140	0,2693	6	МНК	1,307	0,2156	0,1561
	МК	1,298	0,2140	0,2692		МК	1,307	0,2156	0,1571
	МНК /МК		1,0	1,0		МНК/МК		1,0	1,0
2	МНК	1,612	0,2659	0,2460	7	МНК	1,587	0,2618	0,3009
	МК	1,612	0,2657	0,2519		МК	1,587	0,2618	0,3005
	МНК/МК		1,0	1,0		МНК/МК		1,0	1,0
3	МНК	1,187	0,1959	0,1561	8	МНК	1,453	0,2397	0,1021
	МК	0,187	0,1959	0,1538		МК*	1,453	0,2397	0,1021
	МНК/МК		1,0	1,0		МНК/МК		1,0	1,0
4	МНК	1,301	0,2146	0,3355	9	МНК	1,543	0,2545	0,3353
	МК	1,301	0,2146	0,3363		МК	1,542	0,2542	0,3251
	МНК/МК		1,0	1,0		МНК /МК		1,0	1,0
5	МНК	1,736	0,2863	0,3230	10	МНК	1,168	0,1927	0,3009
	МК	1,736	0,2864	0,3247		МК	1,168	0,1927	0,3013
	МНК/МК		1,0	1,0		МНК/МК		1,0	1,0
b8.nek									
1	МНК	1,753	0,1819	0,0756	6	МНК	0,818	0,0849	0,1631
	МК	1,666	0,1728	0,0758		МК	0,616	0,0714	0,1635
	МНК/МК		1,1	1,0		МНК/МК		1,2	1,0
2	МНК	1,805	0,1873	0,3668	7	МНК	1,785	0,1852	0,1628
	МК	1,686	0,1736	0,3661		МК	1,669	0,1828	0,1542
	МНК/МК		1,1	1,0		МНК/МК		1,0	1,1
3	МНК	0,977	0,1014	0,0574	8	МНК	1,207	0,1253	0,1511
	МК	0,866	0,0918	0,0873		МК	1,145	0,1233	0,1601
	МНК/МК		1,1	0,7		МНК/МК		1,0	0,9
4	МНК	1,208	0,1253	0,2112	9	МНК	1,409	0,1463	0,2820
	МК	1,110	0,1118	0,2096		МК	1,336	0,1393	0,3067
	МНК/МК		1,1	1,0		МНК/МК		1,1	0,9
5	МНК	2,148	0,2229	0,1250	10	МНК	1,041	1,1080	0,0924
	МК	2,124	0,2200	0,1392		МК	0,892	0,8870	0,0868
	МНК/МК		1,0	0,9		МНК/МК		1,2	1,1



Таблица 4

Результаты тестирования зависимых измерений  
(трёхкритериальное уравнивание)

Вариант	Метод	μ <sub>j</sub>	M(max)	dS(max)	Вариант	Метод	μ <sub>j</sub>	M(max)	dS(max)
b1.kor					Программы uklonoоо и uklontri				
1	МНК	1,812	0,0452	0,0586	6	МНК	1,927	0,0415	0,0419
	МК	1,963	0,0107	0,0570		МК	1,884	0,0122	0,0465
	МНК /МК		4,2	1,0		МНК/МК		3,4	0,9
2	МНК	1,755	0,0316	0,1161	7	МНК	1,388	0,0241	0,0734
	МК	1,608	0,0308	0,1387		МК	1,468	0,0138	0,0684
	МНК /МК		1,0	0,8		МНК/МК		1,7	1,1
3	МНК	1,508	0,0498	0,0740	8	МНК	1,868	0,0461	0,0778
	МК	1,552	0,0305	0,0621		МК	1,608	0,1670	0,0690
	МНК /МК		1,6	1,2		МНК/МК		0,3	1,1
4	МНК	2,573	0,0647	0,0524	9	МНК	3,250	0,0828	0,0346
	МК	3,110	0,0569	0,0359		МК	3,859	0,0568	0,1457
	МНК /МК		1,1	1,5		МНК /МК		1,5	0,2
5	МНК	2,569	0,0546	0,0635	10	МНК	3,106	0,0549	0,0875
	МК	2,131	0,0279	0,0589		МК	2,739	0,0243	0,1164
	МНК /МК		2,0	1,1		МНК/МК		2,3	0,8
b2.kor									
1	МНК	2,557	0,0470	0,0289	6	МНК	2,612	0,0708	0,0585
	МК	2,495	0,0435	0,0362		МК	2,797	0,0355	0,0860
	МНК/МК		1,1	0,8		МНК/МК		2,0	0,7
2	МНК	3,365	0,0510	0,0394	7	МНК	2,859	0,0793	0,0762
	МК	3,038	0,0327	0,0524		МК	2,542	0,0397	0,0683
	МНК/МК		1,6	0,8		МНК/МК		2,0	1,1
13	МНК	1,932	0,0493	0,0972	8	МНК	2,234	0,0463	0,0974
	МК	1,781	0,0354	0,0767		МК	4,210	0,0331	0,3010
	МНК/МК		1,4	1,3		МНК/МК		1,4	0,3
4	МНК	2,740	0,0647	0,0541	9	МНК	3,022	0,0685	0,1288
	МК	2,682	0,0260	0,0384		МК	2,702	0,0228	0,1112
	МНК /МК		2,5	1,4		МНК/МК		3,0	1,2
5	МНК	4,206	0,0510	0,0859	10	МНК	2,684	0,0470	0,0401
	МК	3,885	0,0337	0,0485		МК	2,910	0,0353	0,0665
	МНК/МК		1,5	1,8		МНК/МК		1,3	0,6
b3.kor									
1	МНК	2,018	0,0344	0,0394	6	МНК	2,581	0,0355	0,0322
	МК	3,667	0,0242	0,1047		МК	3,848	0,0339	0,0954
	МНК/МК		1,4	0,4		МНК/МК		1,0	0,3
2	МНК	2,198	0,0348	0,0465	7	МНК	3,117	0,0509	0,0655
	МК	2,070	0,0208	0,0607		МК	2,602	0,0344	0,0734
	МНК/МК		1,7	0,8		МНК/МК		1,5	0,9
3	МНК	1,656	0,0337	0,0654	8	МНК	1,627	0,0250	0,0995
	МК	1,739	0,0236	0,0367		МК	2,320	0,0178	0,1130
	МНК/МК		1,4	1,8		МНК/МК		1,4	0,9
4	МНК	2,578	0,0236	0,1634	9	МНК	3,298	0,0610	0,0711
	МК	2,552	0,0190	0,1886		МК	3,218	0,0324	0,0835
	МНК/МК		1,2	0,9		МНК/МК		1,9	0,9
5	МНК	3,204	0,0663	0,0980	10	МНК	2,405	0,0307	0,0642
	МК	3,047	0,0427	0,0595		МК	2,419	0,0148	0,0585
	МНК/МК		1,6	1,6		МНК/МК		2,1	1,1

Окончание таблицы 4

## Результаты тестирования зависимых измерений

Вариант	Метод	μ <sub>j</sub>	M(max)	dS(max)	Вариант	Метод	μ <sub>j</sub>	M(max)	dS(max)
b6.kor	Φ <sub>2</sub> = min max (1+μ)M			Программы uklonoоо и uklontri					
1	МНК	1,520	0,0075	0,0126	6	МНК	1,303	0,0077	0,0149
	МК	1,379	0,0062	0,0201		МК	1,396	0,0048	0,0157
	МНК/МК		1,2	0,6		МНК/МК		1,6	0,9
2	МНК	1,884	0,0145	0,0214	7	МНК	2,436	0,0124	0,0082
	МК	2,219	0,0039	0,0222		МК	3,035	0,0050	0,0074
	МНК/МК		3,7	1,0		МНК/МК		2,5	1,1
3	МНК	1,835	0,0102	0,0048	8	МНК	1,520	0,0092	0,0154
	МК	1,903	0,0032	0,0042		МК	1,398	0,0074	0,0165
	МНК/МК		3,2	1,1		МНК/МК		1,2	0,9
4	МНК	2,240	0,0121	0,0148	9	МНК	2,316	0,0117	0,0090
	МК	2,192	0,0065	0,0155		МК	2,188	0,0082	0,0092
	МНК/МК		1,9	1,0		МНК/МК		1,4	1,0
5	МНК	2,081	0,0144	0,0149	10	МНК	2,153	0,0146	0,0102
	МК	2,726	0,0070	0,0101		МК	2,344	0,0052	0,0144
	МНК/МК		2,1	1,5		МНК/МК		2,8	0,7
b7.kor									
1	МНК	3,312	0,2336	0,4353	6	МНК	2,701	0,2149	0,1873
	МК	2,864	0,1457	0,1959		МК	4,339	0,1795	0,3598
	МНК/МК		1,6	2,2		МНК/МК		1,2	0,5
2	МНК	3,192	0,3213	0,4430	7	МНК	3,107	0,2165	0,1940
	МК	2,873	0,1685	0,1366		МК	2,717	0,1017	0,1672
	МНК/МК		1,9	3,2		МНК/МК		2,1	1,2
3	МНК	2,542	0,1746	0,2002	8	МНК	2,395	0,1720	0,2861
	МК	2,326	0,1084	0,1149		МК	3,089	0,1361	0,2317
	МНК/МК		1,6	1,7		МНК/МК		1,3	1,2
4	МНК	2,754	0,1381	0,4140	9	МНК	3,053	0,2800	0,2115
	МК	2,477	0,1134	0,4512		МК	3,975	0,2647	0,4907
	МНК/МК		1,2	0,9		МНК/МК		1,1	0,4
5	МНК	2,000	0,2270	0,3223	10	МНК	2,589	0,2396	0,4315
	МК	2,634	0,2021	0,2032		МК	4,019	0,2187	0,2311
	МНК/МК		1,1	1,6		МНК/МК		1,1	1,9
b8.kor									
1	МНК	2,800	0,1027	0,0807	6	МНК	1,756	0,0647	0,1897
	МК	2,589	0,0743	0,0811		МК	1,498	0,0303	0,2078
	МНК/МК		1,4	1,0		МНК/МК		2,1	0,9
2	МНК	2,700	0,1554	0,2930	7	МНК	3,381	0,1472	0,2610
	МК	2,310	0,0989	0,3298		МК	2,582	0,0971	0,2339
	МНК/МК		1,6	0,9		МНК/МК		1,5	1,1
3	МНК	1,512	0,0836	0,0735	8	МНК	2,000	0,0861	0,1021
	МК	1,453	0,0637	0,1133		МК	1,702	0,0612	0,1551
	МНК/МК		1,3	0,6		МНК/МК		1,4	0,7
4	МНК	1,382	0,0548	0,1072	9	МНК	2,479	0,1371	0,2500
	МК	1,095	0,0365	0,0779		МК	2,106	0,1010	0,2297
	МНК/МК		1,5	1,4		МНК/МК		1,4	1,1
5	МНК	3,621	0,2043	0,0593	10	МНК	1,552	0,0928	0,1299
	МК	3,444	0,1666	0,1155		МК	1,307	0,0732	0,0583
	МНК/МК		1,2	0,5		МНК/МК		1,3	2,2

На основе данных из таблиц 1 – 4 можно сделать следующие выводы:

- 1)  $\mu_{МНК}$  и  $\mu_{МК}$  изменяются без закономерностей;
- 2)  $M_{МНК} \geq M_{МК}$  практически во всех случаях;
- 3)  $\delta S_{МНК}$  и  $\delta S_{МК}$  близки между собой и не превосходят  $3M$ ;
- 4) выводы 1 – 3 справедливы не только в двухкритериальном, но и в трёхкритериальном способе.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Мицкевич, В.И. Многокритериальное уравнивание и оценка точности плановых геодезических сетей на основе метода Ньютона / В.И. Мицкевич, П.М. Левданский; Полоцкий гос. ун-т. – Новополоцк, 1999. – 9 с. – Деп. в ОНТИ ЦНИИГАиК 28.06.1999, № 681-гд. 99 деп.
2. Мицкевич, В.И. Особенности уравнивательных вычислений по методу многокритериальной оптимизации / В.И. Мицкевич, О.Г. Скорик, В.В. Ялтыхов; Полоцкий гос. ун-т. – Новополоцк, 2002. – 4 с. – Деп. в ОНТИ ЦНИИГАиК 17.09.02, № 776 – гд. 02 деп.
3. Мицкевич, В.И. Альтернативные методы проектирования и уравнивания геодезических сетей / В.И. Мицкевич, А.Ю. Будо, Е.В. Грищенко. – Новополоцк: ПГУ, 2008. – 280 с.
4. Практикум по высшей геодезии (Вычислительные работы): учеб. пособие для вузов / Н.В. Яковлев [и др.]. – М.: Недра, 1982. – 368 с.
5. Рабинович, Б.Н. Практикум по высшей геодезии / Б.Н. Рабинович. – М.: Геодезиздат, 1961. – 339 с.

Поступила 29.10.2011

#### ABOUT SMALLNESS OF VARIANCES OF COORDINATES OF POINTS FROM THE TRUE VALUES IN GENERALIZED TWO- AND THREE-CRITERIA METHOD OF ADJUSTMENT

**A. BUDO**

*Two new methods of adjustment (two-criteria and three-criteria generalized methods) of dependent values are examined. The aim of this computation is analysis of distortions of coordinates between equated and true values in the case of angular and linear-angular structures at plane. Deviations from the true values are analyzed the same way as in generalized multi-criteria method (MC) for generalized least-square method (LSM). In both cases dependent values are used. They are described by correlation matrix of measurements which is chosen in a way that adjustment by angles gives adjustment by directions. Computation results shows high efficiency of MC comparing to LSM. They show that maximum location error of point in the blind side of network in MC is 1.5 times smaller than in LSM. Location deviations from the true values in both cases are divided by 50 % (5 out of 10 variants). Described characteristics are unchanged in three-criteria method of adjustment.*